

Instruktioner: Svara på alla uppgifter. Det finns sju uppgifter och varje uppgift kan ge maximalt 3 poäng. För godkänt betyg räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget. Lösningarna skall vara välmotiverade och ordentligt skrivna. Inga hjälpmedel tillåtna. Lycka till!

(1) Ange och bevisa Pythagoras sats.

(2) Hitta alla $x \in \mathbf{R}$ som löser ekvationen

$$\sqrt{3} \cos(x) + 3 \sin(x) = \sqrt{6}.$$

(3) (a) Kom ihåg att $\exp(x) \leq 1/(1-x)$ för $x < 1$. Använd den tillsammans med andra räknareglar för att visa

$$\ln(a) \geq \frac{a-1}{a}$$

för alla $a > 0$.

(b) Skissa grafen av den naturliga logaritmfunktionen $\ln: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$.

(4) Hitta alla lösningar $\theta \in \mathbf{R}$ till ekvationen $\cos(2\theta) - 3 \cos \theta + 2 = 0$.

(5) (a) Definiera a^x för $a > 0$ och $x \in \mathbf{R}$.

(b) Låt $b > 1$. Visa att funktionen $x \mapsto b^x$ är bijektiv och ge en formel för den inversa funktionen.

(6) (a) Hitta alla $w \in \mathbf{C}$ så att $w^2 = 8 + 6i$.

(b) Hitta alla $z \in \mathbf{C}$ så att $z^2 + (2 + 4i)z - 11 - 2i = 0$.

(7) Hitta fem lösningar $z \in \mathbf{C}$ till ekvationen $z^5 = 32$.