

Instruktioner: Svara på alla uppgifter. Det finns fem uppgifter och varje uppgift kan ge maximalt 3 poäng. För godkänt betyg räcker 7p. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget. Lösningarna skall vara välmotiverade och ordentligt skrivna. Inga hjälpmedel tillåtna. Lycka till!

- (1) (a) Ge kontrapositionen av påståendet:

$$"x \geq 5 \implies x^2 - 7x + 12 \geq 2." \quad (\clubsuit)$$

- (b) Bevisa att påståendet (\clubsuit) är sant.

- (c) Hitta talet y så att påståendet

$$"y \leq x \leq 5 \iff x^2 - 7x + 12 \leq 2"$$

är sant. Motivera ditt val av y .

- (2) (a) Bevisa att

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

för $n \in \mathbf{N}$.

- (b) Räkna ut

$$\sum_{k=1}^{10} (12k + 3).$$

- (3) (a) Ge definitionen att en icke-tom mängd A är uppåt begränsad.

- (b) Bevisa att följderna $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ är uppåt begränsad där a_n definieras enligt uttrycket

$$a_n = \frac{1}{(n+5)!} \binom{n+5}{5}$$

för $n \in \mathbf{N}$.

- (4) (a) Låt I vara ett intervall. Definiera begreppet *växande* som gäller för en funktion $f: I \rightarrow \mathbf{R}$.

- (b) Betrakta en funktion $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ som definieras enligt formeln

$$f(x) = \begin{cases} 5x & \text{om } x \in [0, 4); \\ 4x + 4 & \text{om } x \in [4, \infty). \end{cases}$$

för alla $x \in [6, \infty)$. Visa att f är växande.

↑
Studenterna meddelades att stryka det här.

- (5) (a) Definiera vad det betyder att säga $u \in \mathbf{R}$ är en minsta övre begränsning till en icke-tom mängd A .
- (b) Betrakta mängden $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 4x + 3 < 0\}$. Bevisa att $\sup A = 3$.